



## 1 Motivation

Im Brandfall wird das Tragverhalten von Bauteilen häufig über Festigkeitsabminderungen beschrieben. Diese Betrachtung ist jedoch unvollständig.

Entscheidend ist nicht nur, wie stark ein Material bei Temperaturbeanspruchung an Festigkeit verliert, sondern wie schnell sich diese Temperaturänderung überhaupt im Bauteil ausbreitet.

Genau hier setzt der Begriff der **charakteristischen thermischen Eindringtiefe** an. Sie beschreibt, wie tief sich ein Temperaturfeld in einer gegebenen Zeit in ein Bauteil hinein entwickelt.

## 2 Annahmen des vereinfachten Modells

Die nachfolgende Abschätzung der thermischen Eindringtiefe basiert auf einer stark vereinfachten Betrachtung der Wärmeleitung in Festkörpern.

Es wird ein eindimensionaler Wärmefluss in einen Halbraum angenommen. Dies bedeutet, dass die Bauteildicke im Vergleich zur thermischen Eindringtiefe als ausreichend groß betrachtet wird, sodass keine Beeinflussung durch die rückseitige Bauteiloberfläche erfolgt. Damit bewegt sich eine einheitliche Wärmefront durch den Körper, wie z. B. einer unterseitig brandbeanspruchten Betondecke. Ein Gegenbeispiel ist ein allseitig brandbeanspruchter Stahlträger, bei der die Wärmefront weniger klar definiert ist.

Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung zeigt, dass sich Temperaturänderungen nicht mit einer scharf abgegrenzten Front ausbreiten, sondern kontinuierlich in den Querschnitt eindringen. Für eine ingenieurmäßige Abschätzung wird daher eine charakteristische Eindringtiefe definiert:

$$\delta \approx K \cdot \sqrt{\alpha t} \quad (1)$$

Der dimensionslose Faktor  $K$  beschreibt dabei die gewählte Definition der Eindringtiefe im Verhältnis zur exakten analytischen Lösung der Wärmeleitungsgleichung. Für den klassischen Halbraumansatz liegt dieser Faktor in der Größenordnung von  $K \approx 1$ .

Für reale Bauteile mit begrenzter Geometrie, insbesondere bei endlichen Querschnitten oder Mehrflächenexposition (das Beispiel allseitig brandbeanspruchter Stahlträger), kann  $K$  deutlich kleiner oder größer ausfallen. Dies hängt insbesondere von der Wärmeabgabe an mehreren Seiten sowie von der Bauteildicke ab.



Die vorliegende Untersuchung verwendet  $K = 1,0$  als konsistente Referenz zur vergleichenden Bewertung der Materialien.

### 3 Grundgleichung der Wärmeleitung

Die instationäre Wärmeleitung in Festkörpern wird beschrieben durch:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (2)$$

mit:

- $\lambda$  = Wärmeleitfähigkeit
- $\rho$  = Dichte
- $c$  = spezifische Wärmekapazität
- $T$  = Temperaturfeld

Die thermische Diffusivität ergibt sich zu:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (3)$$

Sie beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich Temperaturänderungen im Material ausbreiten.

### 4 Charakteristische Eindringtiefe

Für eine erste ingenieurmäßige Abschätzung kann die Eindringtiefe formuliert werden als:

$$\delta \approx \sqrt{\alpha \cdot t} \quad (4)$$

Diese Beziehung gilt als Näherung für halbumendliche Körper unter eindimensionaler Wärmeleitung.

Für geometrische und randbedingte Einflüsse kann ein Korrekturfaktor eingeführt werden:



$$\delta \approx K \cdot \sqrt{\alpha \cdot t} \quad (5)$$

mit:

- $K \approx 1$  für einfache Halbraumannahmen
- $K < 1$  für begrenzte Bauteilgeometrien

## 5 Materialkennwerte (vereinfachte Mittelwerte)

Für einen vergleichenden Ansatz werden konstante Mittelwerte verwendet:

- Stahl:  $\lambda = 45 \text{ W/(mK)}$ ,  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 600 \text{ J/(kgK)}$
- Holz:  $\lambda = 0.15 \text{ W/(mK)}$ ,  $\rho = 450 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 1600 \text{ J/(kgK)}$
- Beton:  $\lambda = 1.8 \text{ W/(mK)}$ ,  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 1000 \text{ J/(kgK)}$

Daraus ergeben sich:

$$\alpha_{Stahl} \approx 9.6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad (6)$$

$$\alpha_{Holz} \approx 2.1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \quad (7)$$

$$\alpha_{Beton} \approx 7.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \quad (8)$$

## 6 Eindringtiefe im Brandfall

Die Eindringtiefe wird für 30, 60 und 90 Minuten berechnet:

Material	30 min	60 min	90 min
Stahl	74 mm	105 mm	129 mm
Beton	37 mm	52 mm	64 mm
Holz	18 mm	26 mm	32 mm

## 7 Grafische Darstellung

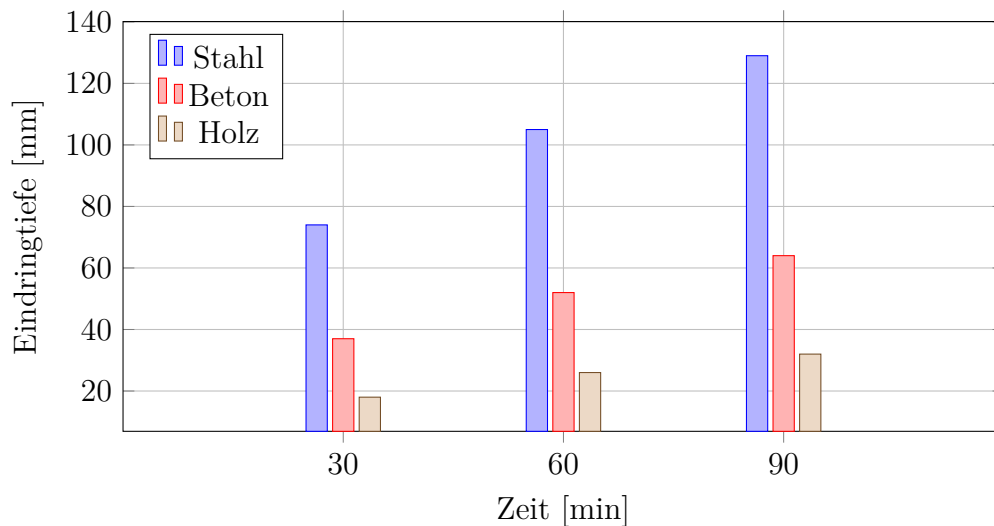


Abbildung 1: Charakteristische thermische Eindringtiefe im Vergleich

## 8 Interpretation

Die Ergebnisse zeigen ein deutlich unterschiedliches thermisches Verhalten der Baustoffe:

- Stahl: sehr schnelle und tiefe Temperaturlausbreitung
- Beton: mittlere thermische Trägheit
- Holz: sehr geringe Eindringtiefe

Der wesentliche Unterschied im Brandverhalten ergibt sich somit nicht allein aus Festigkeitswerten, sondern aus der Geschwindigkeit der thermischen Durchdringung.

Die charakteristische Eindringtiefe macht deutlich, dass Stahlquerschnitte im Brandfall nahezu vollständig durchwärmt werden können, während Holz aufgrund seiner geringen thermischen Diffusivität einen ausgeprägten Temperaturgradienten ausbildet. Beton liegt zwischen beiden Extremen. Damit verschiebt sich die zentrale Frage der Brandbemessung von der reinen Festigkeit hin zur Wärmeausbreitung im Bauteil.